

Aritmética

1) Clasifica los siguientes números en racionales e irracionales y represéntalos en la recta real. Expresa los racionales en forma de fracción.

$$A = 1,23333333... \quad B = 32,45454545... \quad C = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad D = \frac{\sqrt{9} + 2}{3}$$

2) Expresa en forma de intervalo y representa en la recta numérica

$$A = \{x \in \mathbb{R}, |x + 1| \leq 1\} \quad B = \{x / -5 \leq x < -3\}$$

$$C = \{x / x \geq -7\} \quad D = \{x / 2 > x > -5\}$$

3) Expresa en forma de desigualdad y representa en la recta numérica los siguientes intervalos (si hubiera alguno mal escrito, indícalo):

$$(-\infty, -4] \quad (-\infty, 0) \quad (-3, -2) \quad [-2, 1) \quad (-1, 2] \quad [-4, \infty)$$

$$(0, -\infty) \quad [-\infty, -1) \quad [2, -2] \quad (\infty, 2]$$

4) Halla el valor de x en: a) $\log_x 2 = \frac{1}{2}$ b) $x^{3,5} = 20$

$$c) \log_4 x = \frac{1}{2} \quad d) \log_3 x = -1 \quad e) \log_{25} 5 = x$$

5) Sabiendo que $\log k = 0,45$, calcula el valor de:

$$a) \log \frac{k}{10} \quad b) \log \sqrt[3]{k} \quad c) \log \frac{1.000}{k}$$

6) Sabiendo que $\ln x = 2,1$ y que $\ln y = -3,7$, calcula:

$$a) \ln \frac{x^2}{y} \quad b) \ln \sqrt[3]{x \cdot y} \quad c) \ln \frac{x \cdot e^5}{y}$$

$$7) \text{ Resuelve el sistema } \begin{cases} \log(x + y) + \log(x - y) = \log 44 \\ 10^x \cdot 10^y = 10^{11} \end{cases}$$

8) Resuelve: a) $*x-3*=3x-1$ b) $|2x - 5| \leq 3$

Álgebra

1) Descomponer en factores estos polinomios:

a) $x^4 - x^3 - 7x^2 + 13x - 6$

b) $4x^3 - 8x^2 + 5x - 1$

c) $2x^3 - 5x^2 + 4x - 1$

d) $4x^3 - 8x^2 + 5x - 1$

e) $6x^3 - x^2 - 4x - 1$

f) $x^3 + 3x^2 + x + 3$

2) Dado el polinomio: $P(x) = x^3 + 4x^2 + mx - 6$

a) Calcular el valor de **m** para que -2 sea una raíz de P(x).

b) Obtener todas las raíces de P(x) y escribirlo en forma de producto.

3) Efectúa y simplifica al máximo estas fracciones algebraicas:

a) $\frac{3x-4}{x-1} - 3$

b) $\frac{x-1}{x-2} - \frac{x}{x+2}$

c) $\frac{x+3}{x^2} \cdot \frac{x^2+x}{x^2+2x-3}$

d) $\frac{x^2-2x}{x^2-9} \div \frac{x^2-4x+4}{x^2-3x}$

e) $\frac{x+5}{x^2-1} + \frac{2}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}$

4) Resuelve las ecuaciones:

a) $3 \cdot (x-2) \cdot (x+3) = 2x - 4$

b) $\frac{2x}{x^2-6x+5} = \frac{1}{x-1}$

c) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

d) $(x^2-2)^2 = 6x^2-5$

e) $\sqrt{2x-3} + 1 = x$

f) $\sqrt{x+1} + 4 = 2x$

5) Un comerciante quiere vender por 1.200 euros una partida de relojes; pero se le rompen 4 y, para compensar la pérdida, debe vender cada uno de los restantes 10 euros más caro. ¿Cuántos relojes tenía inicialmente?

6) Resuelve las inecuaciones:

a) $2x - 3 > x - 4$

b) $x^2 - 4x + 3 < 0$

c) $x^2 - 6x + 5 < 0$

7) Desarrolla por el binomio de Newton:

a) $(2-x)^4$

b) $(3x - x^2)^3$

c) $(2x - x^3)^4$

Números complejos

- 1) Calcula a y b de modo que se verifique $(a + b i)^2 = 3 + 4 i$
- 2) Dados los números complejos $z = 1 + \sqrt{3} i$, $w = 4_{150^\circ}$
 - a) Expresa z en forma polar y w en forma binómica.
 - b) Calcula el cociente w/z en forma binómica y en forma polar y verifica que los resultados coincidan.
 - c) Halla las raíces cúbicas del producto $z \cdot w$
- 3) Dado el número complejo $z = \sqrt{2}_{135}$
 - a) Escribir las coordenadas cartesianas del afijo de z .
 - b) Calcula el opuesto, el conjugado y el inverso. ¿Qué transformación se produce en el módulo y en el argumento en cada uno de ellos?.
- 4) Sea $z = \frac{3 - 2 x i}{4 - 3 i}$. Calcula x para que
 - a) z sea imaginario puro
 - b) z sea un número real
 - c) el afijo de z esté en la bisectriz del 1º cuadrante.
- 5) Halla las raíces cúbicas de $z = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} i$

Trigonometría (RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS)

- 1) Queremos apoyar un tablón contra una pared de manera que forme un ángulo de 30° con el suelo y con el punto de apoyo situado a 4 metros de la pared. ¿Cuál debe ser la longitud del tablón?
- 2) En un momento en que los rayos del sol forman un ángulo de 50° con el suelo, la sombra de un mástil es de 12,5 m. ¿Cuál es la altura del mástil?
- 3) Calcula el perímetro y el área de un triángulo isósceles cuyos ángulos iguales miden 27° y sus dos lados iguales 40 m.
- 4) Halla el área de un pentágono regular de 6 cm de lado.
- 5) La base de la pirámide de Keops es un cuadrado de 227 m de lado y el vértice está a 138 m de altura. Cada cara de la pirámide es un triángulo isósceles. Calcula:
 - a) La longitud de la mediana de una cara cualquiera, trazada desde el vértice.
 - b) El ángulo de inclinación de una cara cualquiera respecto al suelo.
 - c) La longitud de las aristas.
 - d) El ángulo que forman dos aristas contiguas entre sí.
- 6) Desde el patio del Instituto se ve el extremo superior de una torreta de la luz levantando la vista un ángulo de 40° . Si nos alejamos hacia atrás en línea recta 20 metros sólo hay que levantar la vista 30° para mirar hacia la punta de la torreta. ¿Cuál es la altura de esa torreta?
- 7) Desde un punto del suelo horizontal se divisa el extremo superior de una torre de la luz formando un ángulo de 15° con la horizontal. Si nos acercamos 200 metros en línea recta, el mismo extremo se ve ahora 25° por encima de la horizontal. ¿Cuál es la altura de esa torre?
- 8) Calcula los lados de un paralelogramo cuyas diagonales miden 20 cm y 15 cm y forman un ángulo de 42° .
- 9) La estrella Polar está a 680 años luz de la Tierra. Otra estrella de la misma constelación (la Osa Menor), llamada Kochab, está a 105 años luz de nosotros. Las líneas rectas visuales dirigidas desde la Tierra a ambas estrellas forman un ángulo de 25° . ¿Cuál es la distancia real entre ambas estrellas?
- 10) Resuelve un triángulo del que se conocen estos datos: $a = 12 \text{ m}$, $b = 8 \text{ m}$, $\hat{B} = 30^\circ$

Trigonometría (ECUACIONES)

- 1) Si $\operatorname{sen} a = 1/5$, halla $\operatorname{cos} a$ y $\operatorname{tg} a$. Dibuja el ángulo a en la circunferencia goniométrica.
- 2) Si $\operatorname{cos} a = 2/3$, halla $\operatorname{sen} a$ y $\operatorname{tg} a$. Dibuja el ángulo a en la circunferencia goniométrica.
- 3) Si $\operatorname{tg} a = 3$, halla $\operatorname{sen} a$ y $\operatorname{cos} a$. Dibuja el ángulo a en la circunferencia goniométrica.
- 4) Expresa en función de las razones trigonométricas de 53° :
a) $\operatorname{sen} 127^\circ$ b) $\operatorname{cos} 307^\circ$ c) $\operatorname{tg} 217^\circ$
- 5) Expresa en función de las razones trigonométricas del ángulo x :
a) $\operatorname{sen} (180 - x)$ b) $\operatorname{cos} (180 + x)$ c) $\operatorname{tg} (270 - x)$
- 6) Halla el ángulo α y dibújalo en la circunferencia goniométrica sabiendo que:
a) $\operatorname{sen} \alpha = 0,53$ y $\alpha > \frac{\pi}{2}$ rad
b) $\operatorname{cos} \alpha = 0,97$ y $\alpha > \frac{\pi}{2}$ rad
c) $\operatorname{tg} \alpha = -1,6$ y $\alpha > \pi$ rad
- 7) Escribe el valor exacto de:
a) $\operatorname{sen} 60^\circ$ b) $\operatorname{cos} 120^\circ$ c) $\operatorname{tg} 30^\circ$ d) $\operatorname{tg} 150^\circ$
- 8) Resuelve:
a) $2 \operatorname{cos} x + \operatorname{cos} 2x = 0$ b) $\operatorname{sen} x + \operatorname{cos} 2x = 1$
c) $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cos} x + \operatorname{sen} x = 1$ d) $\operatorname{sen} 2x = \operatorname{cos} x$

Geometría

- 1) Halla un vector paralelo al $\vec{v} = (4, 2)$ y que tenga de módulo 10.
- 2) Halla el punto medio del segmento de extremos A (3 , 5) ; B (-2 , -1)
- 3) Halla el punto P' simétrico del punto P (2 , 3) respecto del punto C (-1 , -2)
- 4) Comprueba si los puntos A (1 , 3) ; B (2 , 0) ; C (-1 , 9) están alineados o no.
- 5) Representa los vectores $\vec{u} = (2, 3)$ y $\vec{v} = (-1, 2)$

Representa y escribe las coordenadas de los vectores:

- a) $u + v$ b) $u - v$ c) $v - u$ d) $2u - v$ e) $3u + v$

- 6) Halla un vector, la pendiente y las ecuaciones explícita y general (implícita) de las rectas:

$$a: \begin{cases} A(-2, 0) \\ B(3, 8) \end{cases} \quad b: \begin{cases} B(4, 5) \\ \vec{v} = (3, 2) \end{cases} \quad c: \begin{cases} C(3, -3) \\ m = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

- 7) Escribe todas las ecuaciones de las siguientes rectas:

a) $\begin{cases} x = 5 - 2\lambda \\ y = 3 + \lambda \end{cases}$ b) $\frac{x+2}{-2} = \frac{y-3}{-3}$ c) $2x + 7y - 9 = 0$ d) $y - 2 = \frac{2}{5}(x-5)$

e) $y = -2x + 1$

- 8) Dados los puntos A(0,1) , B(-1,2) , C(3,3), hallar:

- a) coordenadas y módulo del vector AB.
- b) coordenadas de un vector perpendicular a AB.
- c) estudiar si A, B y C están o no alineados.
- d) ecuación de la recta AB.
- e) ecuación de la altura del triángulo ABC que pasa por C.
- f) área del triángulo ABC.
- g) ecuación de la recta que pasa por C y es paralela a la recta AB
- h) ecuación de una recta paralela al eje OX y que pase por B
- i) Ecuación de una recta paralela al eje OY y que pase por C

- 9) Dados los puntos A(6,0) , B(2,2) y C(8,6)

- a) mediatriz de BC
- b) área del triángulo ABC
- c) hallar un punto D de forma que ABCD sea un paralelogramo
- d) un punto E en la recta AB de forma que el triángulo EBC sea isósceles

Geometría (cónicas)

- 1) a) Escribe la ecuación de la circunferencia que tiene su centro en el punto $C (3 , - 2)$ y que pasa por el punto $A (2 , 1)$.
b) Halla otros puntos de esa circunferencia y represéntala.
c) Averigua los puntos de corte de esa circunferencia con la recta $x - 2 y - 1 = 0$

- 2) Escribe la ecuación de una circunferencia cuyo diámetro tiene de extremos los puntos $A (2,5)$ y $B (-1,3)$

- 3) Una hipérbola tiene uno de sus focos en el punto $(-10,0)$ y una de sus asíntotas es la recta de ecuación $y = x$. Hallar su ecuación y su excentricidad y dibujarla.

- 4) La distancia mínima de Marte al Sol es de 1,38 unidades astronómicas ($1 \text{ U.A.} = 150 \cdot 10^6 \text{ km}$) y la excentricidad de su órbita elíptica es 0.09. Hallar:
(a) la distancia máxima de Marte al Sol
(b) el semieje menor de su órbita

- 5) La distancia de la Luna a la Tierra en el perigeo es 356.375 Km y en el apogeo es 406.720 Km. a) Calcula la excentricidad de la órbita lunar.
b) Calcula el semieje mayor y el semieje menor.

- 6) Dada la circunferencia $c: x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$, hallar
a) el centro y el radio de c
b) la ecuación general de la recta t tangente a c y que pase por el punto $P(0,0)$
c) la posición relativa de c y de la recta $r: x + y = 0$

Funciones

1) Representa la función $y = \frac{1}{4}x^2 - x - 1$. Indica qué tipo de línea resulta y sus puntos más destacados.

2) Calcular el dominio de la función $y = f(x) = \sqrt{4 - 3x - x^2}$

3) Halla el dominio de la función $f(x) = \frac{7x - 2}{\sqrt{2x^2 - x - 1}}$

4) Hallar el dominio de la función $f(x) = \ln(x^2 - 4)$

5) Dibuja la gráfica de una función $f(x)$ que cumpla

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2^-$$

6) Dibuja la gráfica de una función $f(x)$ que cumpla

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3^- \quad \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3^+$$

7) Calcular los siguientes límites (si es que existen):

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 10x - 32}{5}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x+2)^2}{1 - (x-2)^2}$

c) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-3}{x^2 + 5x + 6}$

8) Hallar: a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2 - 5x + 6} - \frac{x^2}{x - 2} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} [1 + \ln(x - 1)]$

9) Averigua las asíntotas de:

a) $y = f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 4}$

b) $y = f(x) = \frac{x + 2}{x^2 - 1}$

c) $y = f(x) = \frac{2x^2}{x + 3}$

Derivadas

Halla las siguientes derivadas:

$$1) y = f(x) = \frac{x+1}{x-1} \quad 2) y = f(x) = e^x \cdot (x^3 - 3) \quad 3) y = f(x) = \sqrt[5]{x} + \ln x - \frac{1}{x^4}$$

$$4) y = f(x) = \frac{7\sqrt[3]{x^2}}{x} - \frac{1}{x^6} \quad 5) y = f(x) = \frac{\log_7 x}{(x+1)^2} \quad 6) y = f(x) = (e^x - 2\sqrt{x}) \cdot \ln x$$

$$7) f(x) = [\cos(3x)]e^{x^2-1} \quad 8) g(x) = \ln\left(\frac{1 + \operatorname{sen}x}{1 - \operatorname{sen}x}\right)$$

$$9) f(x) = \ln\left(\frac{2x+1}{x}\right) \quad 10) g(x) = (e^{-3x} + \cos x^2)^3$$

$$11) f(x) = \ln\left(\frac{1 - \cos x}{\operatorname{sen}x}\right) \quad 12) g(x) = (e^{\sqrt{x}} + x^2)^2$$

12) Dada la función $y = f(x) = a x^2 + b x + c$ y sabiendo que $f(0) = 2$, $f'(0) = -4$ y que $f''(0) = 6$, halla el valor de a , b y c .

Tangentes

- 1) Halla la tangente a $y = \frac{2x - 1}{2x - 3}$ en el punto de abscisa $x = 2$.
- 2) Halla la ecuación de la tangente a $y = \frac{8}{x - 3}$ en el punto de ordenada $y = 4$.
- 3) Hay dos rectas paralelas a $y = 5x + 10$ que son tangentes a la gráfica de la función $y = f(x) = \frac{x^3}{2} + x$. Calcula sus ecuaciones.
- 4) Escribe la ecuación de la tangente a la curva $y = x^3 - 3x$ que sea paralela a la recta $6x - y + 10 = 0$.
- 5) Dada la parábola $y = x^2 + 6x + 11$, halla la ecuación de la tangente paralela a la recta que pasa por su vértice y por el punto $(-1, 6)$.

Gráficas

Estudio completo (dominio, recorrido, crecimiento, asíntotas, puntos de corte, ...) y gráfica de las siguientes funciones:

1) $y = f(x) = \frac{x+2}{x^2-1}$

2) $y = f(x) = \frac{2x^2}{x+3}$

3) $y = f(x) = \frac{x^2+2}{x^2-4}$

4) $y = \frac{(x-1)(x-3)}{x-2}$

5) $f(x) = e^{1-x}$

6) $f(x) = \ln(x^2-4)$

7) $y = f(x) = \log_2(2x-4)$

8) $y = f(x) = e^{-x+2}$

9) $y = f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{si } x < 0 \\ |-x^2 + 4x - 5| & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

10) $f(x) = +\sqrt{\frac{1}{x}}$

Estadística

1) En la siguiente tabla se recogen los datos relativos al hábito de leer: x_i es el número de horas de televisión que ve una persona al día; y_i es el número de libros leídos al año por esa persona.

x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	x_i^2	y_i^2
2	12	24	4	144
3	13	39	9	169
4	7	28	16	49
4	8	32	16	64
5	6	30	25	36
6	2	12	36	4
24	48	165	106	466

- Calcula el coeficiente de correlación.
- Representa la nube de puntos.
- Comenta estos resultados.
- Escribe la ecuación de la recta de regresión.
- Estima el número de libros que lee al año una persona que sólo vea, por término medio, una hora diaria la televisión. ¿Crees que es una buena estimación?

2) En la siguiente tabla se recogen los datos relativos al peso colgado de un muelle y alargamiento de éste:

P	10	15	25	30	50	60	75	80	100	125
A	2,2	2,9	5,1	5,8	10,3	12,1	15,0	16,2	20,1	24,8

- Calcula el coeficiente de correlación.
- Representa la nube de puntos.
- Comenta estos resultados.
- Escribe la ecuación de la recta de regresión.
- Estima el alargamiento A del muelle cuando se cuelga un peso de 70.

Probabilidad

- 1) Se sacan tres cartas de una baraja española. Hallar la probabilidad de que:
 - a) Salga el as de oros.
 - b) Las tres cartas sean de palos diferentes.
 - c) Se obtengan exactamente dos figuras.
 - d) Las tres cartas sean de diferentes números.
 - e) Las tres sean de oros.
 - f) Formen escalera.
 - g) Haya alguna figura.

- 2) Se lanzan tres dados. Hallar la probabilidad de que se obtenga al menos un 1.

- 3) En un examen entran 50 temas. En el examen se sacan por sorteo dos temas y el estudiante debe elegir uno de ellos.
 - a) Un alumno ha preparado sólo 20 temas. ¿Cuál es la probabilidad de apruebe?
 - b) ¿Cuántos temas debería preparar para que su probabilidad de aprobar sea por lo menos de 0,85?

- 4) Una epidemia afecta al 5% de la población. Se dispone de un test de diagnóstico que tiene una fiabilidad del 90%, tanto entre los afectados como entre las personas sanas. Hallar la probabilidad de que:
 - a) Una persona sana salga diagnosticada como enferma.
 - b) Una persona enferma salga diagnosticada como sana.
 - c) Una persona sea diagnosticada como enferma.
 - d) Una persona esté sana habiendo sido diagnosticada como enferma.
 - e) Una persona esté enferma habiendo sido diagnosticada como sana.

Binomial y Normal

1) El 53% de los trabajadores de una determinada empresa son mujeres. Si elegimos 8 personas de esa empresa al azar, calcula la probabilidad de que haya:

- a) Alguna mujer. b) Más de 6 mujeres.

Halla la media y la desviación típica,

2) El 68% de los profesores del instituto Rey Pastor son mujeres. En una junta de evaluación se reúnen 8 profesores. Calcula la probabilidad de que haya:

- a) Algún hombre. b) Más de 6 mujeres.

c) ¿Cuál es el número medio de mujeres?

d) Halla la desviación típica.

3) Una moneda trucada tiene una $P(\text{cara}) = 0,6$. Se lanza seis veces. Halla la probabilidad de obtener:

- a) Alguna cara. b) Más de 4 caras.

4) La tensión de determinada línea eléctrica sigue una distribución $N(100,20)$. Calcula la probabilidad de que el valor de la tensión en esa línea:

a) Sea mayor que 150

b) Esté comprendida entre 130 y 140.

5) La estatura, en cm, de una determinada población sigue una distribución $N(170,10)$.

Calcula la probabilidad de que la estatura de una persona elegida al azar en esa población:

- a) Supere los 2 metros. b) Esté entre 1,65 y 1,80.

6) Para cubrir diez puestos de trabajo se realiza un test a los 200 aspirantes. Las puntuaciones obtenidas siguen una normal $N(\mu = 60, \sigma = 5)$.

a) $P(\text{puntuación} < 54)$

b) $P(55 < \text{puntuación} < 64,4)$

c) Hallar la puntuación mínima para ser seleccionado.

7) El 5% de las semillas que se plantan de una determinada especie no llegan a germinar. Si plantamos 200 semillas, calcula la probabilidad de que germinen más de 180.