

Aritmética

1) Clasifica los siguientes números en racionales e irracionales y represéntalos en la recta real. Expresa los racionales en forma de fracción.

$$A = 1,23333333... \quad B = 32,45454545... \quad C = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad D = \frac{\sqrt{9} + 2}{3}$$

2) Expresa en forma de intervalo y representa en la recta numérica

$$A = \{ x / -7 < x < -2 \} \quad B = \{ x / -5 \leq x < -3 \}$$

$$C = \{ x / x \geq -7 \} \quad D = \{ x / 2 > x > -5 \}$$

3) Expresa en forma de desigualdad y representa en la recta numérica los siguientes intervalos (si hubiera alguno mal escrito, indícalo):

$$(-\infty, -4] \quad (-\infty, 0) \quad (-3, -2) \quad [-2, 1) \quad (-1, 2] \quad [-4, \infty)$$

$$(0, -\infty) \quad [-\infty, -1) \quad [2, -2] \quad (\infty, 2]$$

4) Halla el valor de x en: a) $\log_x 2 = \frac{1}{2}$ b) $x^{3.5} = 20$

$$c) \log_4 x = \frac{1}{2} \quad d) \log_3 x = -1 \quad e) \log_{25} 5 = x$$

5) Sabiendo que $\log k = 0,45$, calcula el valor de:

$$a) \log \frac{k}{10} \quad b) \log \sqrt[3]{k} \quad c) \log \frac{1.000}{k}$$

6) Sabiendo que $\ln x = 2,1$ y que $\ln y = -3,7$, calcula:

$$a) \ln \frac{x^2}{y} \quad b) \ln \sqrt[3]{x \cdot y} \quad c) \ln \frac{x \cdot e^5}{y}$$

7) Escribe redondeos con 2 y con 5 cifras decimales, y calcula el error relativo que se comete en cada caso, de los números:

$$a) \pi \quad b) \frac{5}{6} \quad c) \sqrt{3} \quad d) \frac{1}{6} \quad e) \sqrt{2} \quad f) \frac{1}{3}$$

8) El redondeo a las décimas de la nota media de un alumno es 5,7.

a) Indica de las siguientes notas medias cuáles pueden dar ese redondeo y cuáles no:

$$5,666... \quad 5,75 \quad 5,725 \quad 5,625 \quad 5,73333...$$

b) Escribe el intervalo en el que tiene que estar la nota media de ese alumno.

Matemática financiera

- 1) Un banco ofrece el 4% anual con pagos mensuales de los intereses. ¿Cuál es la TAE?
- 2) Una lavadora cuesta al contado 300 i . Si se paga en 12 plazos mensuales, nos cobran un 12% de interés anual. ¿Cuál es la mensualidad a pagar?
- 3) Una televisión cuesta 600 i al contado. Si se paga en 4 plazos trimestrales, cobran unos intereses del 12% anual. Comprueba que cada pago trimestral debe ser de 161,42 i .
- 4) Una joven pareja pide un crédito hipotecario de 200.000 i , a pagar mensualmente en 15 años. Uno de los bancos consultados cobra un 6% anual. ¿A cuánto asciende la mensualidad?
- 5) En una entidad bancaria se ofrece un 5 % de interés anual, con pago trimestral de los intereses y gastos de gestión del 4 por mil (4 ‰ , una vez al año).
 - a) ¿Cuál es la T.A.E.?
 - b) ¿Al cabo de cuánto tiempo tendré un 50 % más de capital?
- 6) Un fondo de inversión tiene un 40 % de su capital en inversiones de alto riesgo, y el resto en otras de renta fija al 3 %. Por el capital invertido con alto riesgo se obtuvo al final del año sólo un beneficio del 2 %. Los beneficios de las inversiones en renta fija superaron a los otros en 2.345 i . ¿Cuál es el capital del fondo de inversión?
- 7) Un coche cuesta 12.000 i . Vamos a pagarlo en dos años, al 6% anual, haciendo pagos mensuales. ¿Cuál es la mensualidad?
- 8) Un banco ofrece un 12% anual con pagos mensuales de los intereses.
 - a) ¿Cuál es la T.A.E.?
 - b) ¿Al cabo de cuántos meses se duplicaría nuestro capital?
- 9) Nos conceden un crédito de 2 millones de pesetas al 9% anual a devolver en 12 meses. ¿Cuál es el importe de la mensualidad?

Álgebra

1) Resuelve las inecuaciones siguientes:

- a) $2x - 3 > x - 4$ b) $-x + 5 > x + 2$ c) $x^2 - 4x + 3 < 0$ d) $x^2 - 6x + 5 < 0$
 e) $x^2 + 3x - 4 < x + 1$ f) $x^2 - 5x > 3x - 3$ g) $-x^2 + 5x > 4$ h) $x^2 - 2x - 3 < 0$

2) Resuelve estos sistemas de inecuaciones:

$$a) \begin{cases} 2x - 5 < 3 \\ x + 1 \geq -5 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 3 > 5 - x \\ 2x + 1 \geq -1 \end{cases} \quad c) \begin{cases} 3x + 1 < x - 9 \\ 3x - 4 > 4x - 2 \end{cases}$$

3) Efectúa y simplifica:

- a) $x \cdot (x+3) - (x-1) \cdot (x-2)$ b) $(x+5)^2$ c) $(x-3)^2$
 d) $(x^2-2) \cdot (x^2-2)$ e) $(2\sqrt{x} + x\sqrt{2})^2$ f) $(x^3 - 2x)^2$

4) Divide $P(x) = 3x^5 - 2x^4 + x^2 - 7x + 5$ entre $Q(x) = x^2 + x - 1$

5) Efectúa y simplifica:

- a) $\frac{3x-4}{x-1} - 3$ b) $\frac{2x+5}{x-2} - 2$ c) $\frac{x-1}{x-2} - \frac{x}{x+2}$
 d) $\frac{x+3}{x^2} \cdot \frac{x^2+x}{x^2+2x-3}$ e) $\frac{x^2-2x}{x^2-9} \div \frac{x^2-4x+4}{x^2-3x}$

6) Descomponer en factores estos polinomios:

- a) $4x^3 + 4x^2 - x - 1$ b) $x^4 - x^3 - 7x^2 + 13x - 6$ c) $x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 7x + 6$
 d) $4x^3 - 8x^2 + 5x - 1$ e) $6x^3 - x^2 - 4x - 1$ f) $x^3 + 3x^2 + x + 3$

Logaritmos y raíces

1) El alga Clorela aprovecha casi toda la energía solar que recibe creando nueva materia orgánica. Dada su capacidad de crecimiento se ha pensado en ella como una posible alternativa alimenticia. En un cultivo experimental se comenzó con una masa de 100 g de

Clorela. Al cabo de t horas la masa viene dada por la fórmula: $M(t) = 100 \cdot 4^{t/12}$.

- Halla la masa que hay al cabo de un día.
- ¿Cuánto tiempo tardaremos en tener 1 Kg de alga?
- ¿Al cabo de cuántos días tendríamos una tonelada?

2) La población de un país crece un 5% anual. En 1970 tenía 20 millones de habitantes. Escribir la fórmula que nos dará la población en función del tiempo. ¿En qué año la población será de 40 millones de habitantes?

3) Colocamos un capital inicial de 10.000 euros al 3% de interés (compuesto) anual.

- ¿En cuánto se convertirá al cabo de 3 años?
- Escribe una fórmula que nos de el capital final al cabo de t años.
- ¿Cuánto tiempo tardaría en duplicarse el capital inicial?

4) Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\text{a) } 2 \cdot 3^{x-5} = 8 \qquad \text{b) } 7 - 5^{2x-1} = 28 \qquad \text{c) } 10 \cdot 2^{x+4} = 17$$

5) Efectúa y simplifica:

$$\sqrt{3} \sqrt{27}, \sqrt{2} \sqrt{50}, \sqrt[3]{4} \sqrt[3]{16}, \sqrt{x} \sqrt[3]{x^2}, \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}, \frac{\sqrt{x} \sqrt[4]{x^3}}{\sqrt[3]{x}}$$

$$\text{6) } \left(\sqrt[3]{x^2}\right)^6, \left(\sqrt{x} \sqrt[4]{x^3}\right)^6, \left(\sqrt{x}\right)^3 \sqrt[3]{x}$$

$$\text{7) } \sqrt{\sqrt{8}}, \left(\sqrt[3]{\sqrt{x}}\right)^4$$

$$\text{8) } \sqrt{2} + \sqrt{8}, 2\sqrt{3} - 3\sqrt{12} + \sqrt{27} \dots$$

$$\text{9) Racionaliza: } \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{3}}, \frac{3}{\sqrt[3]{3}}, \frac{1}{1+\sqrt{2}}, \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

Funciones

1) Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a) $y = f(x) = \sqrt{3x+2}$ b) $y = f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$

c) $y = f(x) = \frac{3x-2}{x^2+2x-3}$ d) $y = f(x) = \frac{3x}{x^2-4}$

e) $y = f(x) = \frac{7x-2}{\sqrt{2x^2-x-1}}$

2) La población de un país era de 23 millones de habitantes el año 2000. El año 2010 tiene ya 30 millones. Estima, por interpolación lineal, la población de ese país los años:

a) 2005 b) 2002 c) 2007 d) 2020

3) El precio del litro de gasolina de 95 octanos era en España 0,93 i el 1 de enero del año 2005; el 1 de enero de 2009 el precio era de 1,12 i . Estima, por interpolación lineal, el precio que tenía el litro de gasolina:

a) El 1 de enero de 2006 b) El 1 de julio de 2006 c) el 1 de octubre de 2007
d) ¿Qué precio crees que tendrá el 1 de octubre de 2010?

4) Representa las siguientes funciones indicando sus características más importantes (dominio, crecimiento, tendencias, puntos de corte con los ejes):

a) $y = x^2 - 4x + 3$ b) $y = 2x^2 - 12x - 5$ c) $y = -x^2 + 6x - 5$

d) $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ e) $y = -3x^2 + 15x$

f) $y = f(x) = \sqrt{x+3}$ g) $y = f(x) = \sqrt{2x-1}$

h) $y = f(x) = \frac{3}{x}$ i) $y = f(x) = \frac{-2}{x-2}$

j) $y = f(x) = \begin{cases} 2x-3 & \text{si } x < 1 \\ x^2-2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ k) $y = f(x) = \begin{cases} -x+5 & \text{si } x < -2 \\ x^2+3 & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$

l) $y = f(x) = |x|$ m) $y = f(x) = |2x+5|$

5) Representa y escribe las principales características de estas funciones exponenciales:

- a) $y = f(x) = 2^x$ b) $y = f(x) = 3^x$ c) $y = f(x) = 2^{x+3}$
 d) $y = f(x) = 3^{-x}$ e) $y = f(x) = 3 \cdot 2^x$ f) $y = f(x) = -2^{-x}$

6) Representa y escribe las principales características de estas funciones logarítmicas:

- a) $y = f(x) = \log_2 x$ b) $y = f(x) = \ln x$ c) $y = f(x) = \log_2(x - 4)$

7) La temperatura de un cuerpo que se deja enfriar viene dada por la fórmula

$T = 20 + 80 \cdot e^{-t/4}$, donde T es la temperatura en °C siendo t el tiempo transcurrido (en minutos).

- a) ¿Cuál era la temperatura inicial (para $t = 0$) ?
 b) ¿Cuál era la temperatura al cabo de 8 minutos?
 c) Haz una tabla de valores y representa esta función.
 d) ¿En qué momento se alcanzó una temperatura de 50 °C?
 e) ¿Cuál es el valor límite de la T a medida que t aumenta indefinidamente?

8) Se deposita un capital de 10.000 euros en una entidad financiera que ofrece un interés del 5 % anual.

- a) ¿En cuánto se convertirá al cabo de 3 años?
 b) Escribe una fórmula que nos de el capital final al cabo de t años.
 c) ¿Cuánto tiempo tardaríamos en tener acumulados 12.000 euros?
 d) ¿Y en duplicarse el capital inicial?

9) Halla las asíntotas horizontales y verticales de estas funciones calculando los límites que sean necesarios:

- a) $y = 2^x$ b) $y = \log_2 x$ c) $y = f(x) = \frac{2x+3}{x+2}$
 d) $y = f(x) = \frac{x+2}{x^2-1}$ e) $y = f(x) = \frac{x^2+2}{x^2-4}$
 f) $y = f(x) = \frac{3x^2-2}{x^2-9}$ g) $y = f(x) = \frac{2x^2-4}{x^2-1}$

10) Haz la gráfica de una función $y = f(x)$ sabiendo que

- a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ b) Crece en $(-\infty, -2)$ y en $(2, \infty)$; decrece en $(-2, 2)$
 c) Tiene un Máximo en $(-2, 2)$ y un mínimo en $(2, -2)$
 d) Su único punto de corte con los ejes es el $(0, 0)$
 e) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$

Derivadas

1) Dada la función $y = f(x) = 2^x$ halla la TVM en los siguientes intervalos:

a) $[0, 1]$ b) $[-1, 1]$ c) $[-1, 0]$ d) $[-2, 2]$

2) Halla las derivadas de las siguientes funciones:

a) $y = f(x) = 4x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7$

b) $y = f(x) = \sqrt{x} - \sqrt[3]{x}$

c) $y = f(x) = \frac{1}{x} + 2x^3 - \frac{1}{\sqrt{x}}$

d) $y = f(x) = \frac{2x-1}{2x-3}$

e) $y = f(x) = x \cdot e^x$

f) $y = f(x) = 2^{x+5}$

g) $y = f(x) = \frac{8}{x-3}$

h) $y = f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

i) $y = f(x) = e^x \cdot (x^3 - 3)$

j) $y = f(x) = \sqrt[5]{x} + \ln x - \frac{1}{x^4}$

k) $y = f(x) = \frac{7\sqrt[3]{x^2}}{x} - \frac{1}{x^6}$

l) $y = f(x) = \frac{\log_7 x}{(x+1)^2}$

m) $y = f(x) = (e^x - 2\sqrt{x}) \cdot \ln x$

n) $y = f(x) = e^{-x+5}$

ñ) $y = f(x) = \ln(x^2 - 3x + 6)$

o) $y = f(x) = e^{3x-4}$

p) $y = f(x) = (x^2 - 2x)^5$

q) $y = f(x) = \ln \sqrt{x}$

r) $y = f(x) = \sqrt[5]{\ln x}$

s) $y = f(x) = (\ln x + x - 2x^3)^7$

t) $y = f(x) = e^{2x^2 - \frac{1}{x}}$

Gráficas de funciones

Representar gráficamente las siguientes funciones, indicando los elementos más destacados (dominio, continuidad, puntos de corte con los ejes, asíntotas horizontales y verticales, ejes o puntos de simetría, intervalos de crecimiento, máximos o mínimos):

a) $y = f(x) = x^2 - 6x + 5$

b) $y = f(x) = x^3 - x^2 - 6x$

c) $y = f(x) = \sqrt{x+4}$

d) $y = f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

e) $y = f(x) = \frac{2x+3}{x+2}$

f) $y = f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

g) $y = f(x) = \begin{cases} x-3 & \text{si } x < 1 \\ x^2-2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

h) $y = f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x \leq -1 \\ 2 & \text{si } -1 < x < 2 \\ -x^2+4x-2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

i) $y = f(x) = \frac{x^2+2}{x^2-4}$

j) $y = f(x) = \frac{3x^2-2}{x^2-9}$

Estadística

Las puntuaciones de 50 alumnos en un examen han sido:

Puntuación	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº de alumnos	1	1	4	6	10	12	8	6	1	1

- Haz un diagrama adecuado.
- Calcula la media y la desviación típica.
- Completa la tabla con las frecuencias acumuladas.
- Halla la mediana, los dos cuartiles Q_1 y Q_3 y el percentil p_{80} .

La siguiente tabla recoge los tiempos de espera en una parada de autobús, en minutos:

tiempo	[0 , 2)	[2 , 4)	[4 , 6)	[6 , 8)	[8 , 10)	[10 , 12)	[12 , 16)
frec.	1	8	41	77	42	5	2

- Haz un diagrama adecuado.
- Calcula la media y la desviación típica.
- Completa la tabla con las frecuencias acumuladas.
- Halla la mediana, el primer cuartil Q_1 y el percentil p_{20} .

Regresión y correlación

1) En la siguiente tabla se recogen los datos relativos al hábito de leer: x_i es el número de horas de televisión que ve una persona al día; y_i es el número de libros leídos al año por esa persona.

x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	x_i^2	y_i^2
2	12	24	4	144
3	13	39	9	169
4	7	28	16	49
4	8	32	16	64
5	6	30	25	36
6	2	12	36	4
24	48	165	106	466

- a) Calcula el coeficiente de correlación. b) Representa la nube de puntos.
 c) Comenta estos resultados. d) Escribe la ecuación de la recta de regresión.
 e) Estima el número de libros que lee al año una persona que sólo vea, por término medio, una hora diaria la televisión. ¿Crees que es una buena estimación?

2) La siguiente tabla da las notas en Matemáticas de la 1ª y de la 2ª evaluación de 10 alumnos

1ª ev	4	6	5	7	6	8	6	5	6	3
2ª ev	8	8	6	8	5	9	5	5	6	4

- a) Representa la nube de puntos.
 b) Halla el coeficiente de correlación e interprétalo.
 c) Un alumno ha sacado 9 en la 1ª evaluación ¿qué nota puede esperar en la 2ª? ¿Es fiable esta predicción?

3) Número de partidos ganados y clasificación de equipos de fútbol

PG	3	4	4	6	7	7	8	10	12	15
C	20	18	17	15	12	10	8	5	3	1

Nube de puntos, coeficiente de correlación y recta de regresión.

Probabilidad

1. Una urna contiene 5 bolas blancas, 3 verdes y 4 rojas. Sacamos una bola, anotamos su color y la devolvemos a la urna. Después efectuamos una segunda extracción. Halla la probabilidad de que las dos bolas sean del mismo color.
2. El mismo problema anterior, pero sin devolver la primera bola (sin reemplazamiento).
3. En una bolsa hay tres cartones con las letras A, N y A. Extraemos, uno a uno, los tres cartones. Calcula la probabilidad de que obtengamos precisamente la palabra ANA.
4. Al llamar por teléfono a un ministerio, la probabilidad de que la centralita esté comunicando es 0,4. Una vez que hemos conseguido establecer comunicación, la probabilidad de que la extensión solicitada esté comunicando es 0,3. Halla la probabilidad de que consigamos hablar con el departamento deseado.
5. Extraemos una carta de una baraja. La miramos y la devolvemos. Repetimos la operación otras dos veces más. Calcula la probabilidad de que:
 - a) Las tres sean copas.
 - b) Las tres sean figuras.
 - c) Ninguna sea rey.
6. En un instituto hay 43 profesoras y 25 profesores. Se eligen dos al azar. Halla la probabilidad de que:
 - a) Los dos sean mujeres.
 - b) Los dos sean hombres.
 - c) Uno sea mujer y otro hombre.

Binomial y Normal

- 1) El 53% de los trabajadores de una determinada empresa son mujeres. Si elegimos 8 personas de esa empresa al azar, calcula la probabilidad de que haya:
- a) Alguna mujer. b) Más de 6 mujeres.
- Halla la media y la desviación típica,
- 2) El 68% de los profesores del instituto Rey Pastor son mujeres. En una junta de evaluación se reúnen 8 profesores. Calcula la probabilidad de que haya:
- a) Algún hombre. b) Más de 6 mujeres.
- c) ¿Cuál es el número medio de mujeres?
- d) Halla la desviación típica.
- 3) Una moneda trucada tiene una $P(\text{cara}) = 0,6$. Se lanza seis veces. Halla la probabilidad de obtener:
- a) Alguna cara. b) Más de 4 caras.
- 4) La tensión de determinada línea eléctrica sigue una distribución $N(100,20)$. Calcula la probabilidad de que el valor de la tensión en esa línea:
- a) Sea mayor que 150
- b) Esté comprendida entre 130 y 140.
- 5) La estatura, en cm, de una determinada población sigue una distribución $N(170,10)$. Calcula la probabilidad de que la estatura de una persona elegida al azar en esa población:
- a) Supere los 2 metros. b) Esté entre 1,65 y 1,80.
- 6) La temperatura, en grados centígrados y durante el mes de junio, de una cierta localidad sigue una distribución $N(20, 4)$. Calcula la probabilidad de que un día del mes de junio la temperatura de esa ciudad:
- a) Sea mayor de 30° b) Sea menor de 15° c) Esté situada entre 18° y 25° .
- 7) El volumen del cerebro en las hembras (o en los machos) de la especie *Homo sapiens* se ajusta a una distribución normal de media $\mu = 1.400 \text{ cm}^3$ y $\sigma = 120 \text{ cm}^3$.
- a) $P(\text{volumen} > 1.550 \text{ cm}^3)$
- b) $P(\text{volumen} < 1.340 \text{ cm}^3)$
- c) $P(1.310 < \text{volumen} < 1.460)$
- d) Halla k de modo que la $P(1.400 - k < \text{volumen} < 1.400 + k) = 0,6212$